

De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques

(élémentaire)

Apprendre les mathématiques, ce n'est pas mémoriser des règles ou des informations, mais s'entraîner à raisonner sur des objets abstraits, pour établir des propriétés sans avoir à recourir à l'expérience pour valider ses conclusions.

• Quels types d'activités sont nécessaires ?

Pour construire un concept mathématique, deux phases sont indispensables : une phase d'action et une phase de représentation mentale. La première permet de donner du sens à l'apprentissage, d'ébaucher une première tentative de réponse, d'observer les conséquences de l'action. La seconde est une phase d'abstraction, d'élaboration des concepts, pendant laquelle s'intériorisent à la fois la question qui se posait et les phénomènes qui ont été observés, et s'établissent des relations entre des situations perceptivement différentes mais relevant pourtant d'un même modèle abstrait, principalement au travers du geste mental d'évocation (rappel mental de perceptions qui ne sont pas présentes).

Les représentations mentales s'élaborent à partir d'un bagage d'expériences personnelles, grâce auxquelles des liens s'installent entre différentes situations, mettant en évidence d'une part des aspects communs et d'autre part des différences. Un corpus important d'exemples aussi divers que possible est nécessaire, et les contre-exemples indispensables pour dégager les attributs non essentiels. Cette élaboration des représentations mentales se produit rarement de manière spontanée : elle résulte de l'action de l'enseignant pour les susciter. Par ailleurs, elle prend du temps : pour la plupart des enfants, de nombreuses répétitions sont nécessaires avant que puisse se produire l'intériorisation indispensable. La verbalisation peut concourir à cette abstraction, mais elle n'est pas la seule manière d'y parvenir. Le maître peut aussi contribuer à susciter progressivement la constitution de représentations mentales grâce entre autres à la technique de l'arrêt sur image avec retour arrière, puis avec anticipation.

En maternelle, la phase d'action peut prendre appui aussi bien sur des activités motrices globales, où le corps tout entier de l'enfant est sollicité, principalement menées dans la cour de récréation ou dans la salle de motricité que sur des activités motrices restreintes, qui mettent en jeu principalement les membres supérieurs (mains, poignets, avant-bras et bras) : manipulation, généralement à l'aide de matériels et de jeux. Dans les classes élémentaires, le travail à partir d'activités motrices globales est relativement rare, surtout en Cycle 3. Néanmoins, certains concepts sont plus clairement appréhendés et mieux intériorisés grâce à un tel travail dans le méso-espace : citons, à titre d'exemples, des évidences comme le vocabulaire de spatialisation mais aussi des domaines rarement travaillés de cette manière comme l'alignement de points (à partir de chaînes d'élèves se donnant la main) voire la calligraphie des chiffres en commençant par un parcours de chiffres géants tracés au sol, avec saut pour ceux qui sont tracés en deux temps comme 7, 4 et 5.

Nous utilisons le terme « manipulation » pour désigner une activité de l'élève présentant les caractéristiques suivantes :

- elle s'exerce sur des objets relativement petits par rapport à la taille de l'enfant ; en général, il peut les prendre dans ses mains pour en modifier la position, l'orientation, parfois aussi l'apparence (les déformer)
- les gestes de l'enfant sont finalisés, autrement dit ses mains sont guidées par sa pensée, il ne s'agit donc pas de « tripotage » ; ceci ne signifie pas qu'il ne puisse pas y avoir des moments de tâtonnement, ou plus exactement d'essais successifs contrôlés : quand on essaie quelque chose, on n'est pas assuré de réussir du premier coup, mais « tâtonner » en ce sens n'est pas « tenter n'importe quoi n'importe comment ».

La manipulation est fondamentale pour l'enfant car :

- elle répond à un besoin de sensorialité,
- elle permet, grâce à un apprentissage multi-sensoriel, de communiquer sur le canal sensoriel privilégié par chaque élève (gestion mentale, profils pédagogiques, « intelligences multiples »)

-elle canalise l'attention et centre cette attention sur ce qui constitue l'essentiel de l'apprentissage, à savoir l'élaboration des concepts

-elle libère de la plupart des tâches annexes, en particulier celles liées à la lourdeur de l'acte graphique

-du fait de la rapidité des actions, elle offre la possibilité d'expériences nombreuses.

Elle est précieuse pour l'enseignant, car elle constitue :

-un indicateur de la vigilance (même face à un enseignant débutant, il est très difficile à un enfant de « faire semblant », dans une telle situation)

-un outil de mise au travail effective de l'élève

-un support fiable pour reconstituer le raisonnement suivi par l'élève en observant le déroulement de la manipulation

-un outil d'aide à l'élaboration des représentations mentales

-un dispositif fournissant une évaluation sûre et généralement aisée.

De plus, elle facilite la gestion de l'hétérogénéité de la classe, car elle permet de répondre à l'amplitude complète des efficacités intellectuelles, des « apprenants lents » (à qui elle permet un entraînement à leur rythme) aux enfants à haut potentiel intellectuel (qui y trouvent matière à des explorations originales). Pour des élèves peu à l'aise avec le langage (en particulier dans le cas d'enfants non ou peu francophones), l'utilisation de supports de manipulation offre, dans bien des cas, des situations qui peuvent prendre sens malgré l'obstacle du langage. Elle est utile bien au-delà des classes maternelles : citons simplement pour mémoire les travaux de Bernard PARZYSZ en classes de terminale scientifique, montrant la différence de maîtrise face à des problèmes de géométrie dans l'espace selon que l'enseignement avait été traditionnel, à partir de tracés effectués au tableau et sur feuille, ou à base de manipulations, à l'aide de fils tendus, d'aiguilles à tricoter les chaussettes, de boules de cotillon, etc. Des expériences menées en collège attestent également de l'efficacité de supports matériels pour l'apprentissage à ce niveau des grandeurs (aires, volumes) ou de la géométrie (cf. www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/m2002/actimath/cadre_acti.html).

Le support de manipulation ne contient pas le savoir. Pour la plupart des enfants, la fréquentation de matériels et de jeux didactiques ne suffit pas pour qu'ils acquièrent les connaissances : alors qu'aujourd'hui dès leur plus jeune âge ils sont environnés, voire saturés, tant à la maison que dans les structures d'accueil de la petite enfance, d'objets éducatifs, dont bon nombre se rapportent à des connaissances d'ordre mathématique, on ne constate aucune élévation notable du niveau initial de connaissances mathématiques des enfants de maternelle par rapport aux générations précédentes. L'apprentissage nécessite une médiation de l'enseignant : c'est grâce à la manière dont le maître exploite les supports de manipulation que l'élève va pouvoir assimiler la connaissance correspondante.

• Comment choisir les supports en réponse à des contraintes fonctionnelles ?

Certains supports de manipulation :

-peuvent être utilisés individuellement,

-ne requièrent éventuellement pas impérativement une explicitation verbale de leur règle d'utilisation

-proposent un enjeu de type "réussir".

Nous les désignons par « matériels ». En raison de leur fonctionnement plutôt individuel, ils favorisent un apprentissage progressif, où les erreurs restent confidentielles, à la fois privées et éphémères : si l'élève n'a pas pu aller au bout de la tâche, ou ne l'a pas accomplie d'une seule traite, il a l'occasion de s'y confronter à nouveau sans que rien ni personne n'ait gardé une trace indélébile de ses hésitations, de ses tentatives infructueuses. Ils conviennent bien aux tempéraments de "recordman" et développent l'autonomie. Ils peuvent généralement servir aisément à l'évaluation par lecture de la production de l'élève. Dans leur utilisation, il est impératif de ne pas se borner à une lecture des faits par l'élève, mais d'aménager des situations nécessitant une anticipation (autrement dit de placer les élèves face à des problèmes), le matériel servant comme outil de validation.

D'autres supports :

-supposent une utilisation en groupe de participants

-ne peuvent donc être exploités sans une explicitation verbale de la règle d'utilisation

-présentent un enjeu de type "gagner".

Nous les désignons par « jeux ». Ils sont appropriés aux tempéraments de "compétiteurs", et sont très mal supportés par certains enfants, pour lesquels ils peuvent même constituer un obstacle à l'apprentissage. Ils favorisent la socialisation ; toutefois leur utilisation suppose un groupe d'enfants ayant des intérêts communs et des niveaux voisins. S'en servir pour l'évaluation est plus complexe, ou suppose de concevoir un dispositif spécifique.

• Pourquoi est-il si important de travailler avec de vrais objets et non avec des représentations planes ?

Le support papier-crayon est actuellement encore trop massivement utilisé dans les classes : fichiers brochés et classeurs de fiches photocopiables occupent toujours une place substantielle dans les catalogues des diverses maisons d'édition, malgré les directives claires des programmes de 2002 et plus encore du document d'application « Mathématiques, cycle 2 » et dans une moindre mesure celui concernant le cycle 3. Pour information, le responsable du groupe d'experts chargé des mathématiques (rédaction du programme et des documents d'application et d'accompagnement) préconisait à titre indicatif en cycle 3 une proportion de deux-tiers du temps consacré à un travail autre que papier/crayon.

Or dans les classes élémentaires, y compris en fin de cycle 3, l'acte grapho-moteur est loin d'être maîtrisé. Faute d'automatisation, il requiert une part importante de l'énergie et de l'attention disponibles, réduisant d'autant ce qui peut être consacré au contenu à proprement parler. On obtient des productions lentes, laborieuses, donc un très petit nombre d'exercices dans un temps donné. Et, à cause de cette lenteur même, la distraction, l'inattention deviennent d'autant plus probables : l'élève va perdre de vue la consigne, le but de la tâche à accomplir.

De plus, le support papier fige l'emplacement des éléments portés sur la feuille, ce qui impose un balayage visuel systématique (et souvent répété) de la page. La disposition des éléments entraîne souvent des acrobaties graphiques, en particulier dans le cas de consignes « relie... ». Le contrôle méthodologique de l'avancement de la tâche est également difficile.

Enfin, la représentation plane d'objets généralement tri-dimensionnels obéit à des contraintes conventionnelles rarement explicitées, et inconnues des élèves : impressions visuelles permettant aussi bien une interprétation en pavage qu'en assemblage de cubes, par exemple, prise en compte des règles de la perspective, ambiguïté pour déterminer si la tâche porte sur les objets représentés ou sur leur représentation, contradictions entre les termes utilisés dans une situation réelle et la situation représentée.

En conséquence, en tant qu'outil d'apprentissage, ce support est d'une très faible efficacité ; soulignons que, contrairement à une affirmation courante, le « passage au papier » ne constitue absolument pas une étape ni un passage obligé vers l'abstraction : la confusion par les enseignants entre représentation (éventuellement conventionnelle) et abstraction reste extrêmement fréquente.

Peut-on au moins légitimer ce support à des fins d'évaluation ? Hélas, pas davantage. Le cheminement du crayon sur le papier laisse une trace visible durable : elle peut être imitée, avec plus ou moins de bonheur, par le voisin, sans que celui-ci ait pour autant effectué la tâche qui lui était demandée ; sans être conscient que ce faisant il triche, notre jeune élève apprend à « copier » (hélas pas à « reproduire », au sens géométrique). De même, prélever dans l'exemple accompagnant la consigne des indices de surface permet fréquemment une réponse correcte sans compréhension réelle de la tâche. En tant qu'outil d'évaluation, ce support permet donc une réponse apparemment correcte alors que la compétence évaluée n'est pas acquise. A l'inverse, on trouve tout autant des réponses fausses alors que la compétence est acquise : confusion entre des symboles voisins, absence de gestion efficace des différents éléments à prendre en compte, reformulation personnelle implicite de la consigne incompatible avec les attentes de l'enseignant... On constate même parfois une évaluation négative alors que la réponse est correcte « mais le travail vraiment trop peu appliqué » : qu'évalue-t-on ? une compétence graphique, avec un tracé précis ou une écriture parfaitement calligraphiée ? une compétence mathématique, pour laquelle l'écrit est un simple codage ?

Abordons maintenant des aspects positifs :

-Les gestes nécessaires à la manipulation sont simples pour la plupart des élèves. Il s'agit de gestes habituels, qui ne demandent aucun effort moteur exceptionnel ; ils consistent à modifier la position, l'orientation, parfois la forme des objets, actes qui sont effectués dans bien d'autres circonstances, scolaires ou non. Ils ne présentent pas de difficulté particulière, mais peuvent requérir du soin, de la précision, de la minutie, par exemple le pliage pour construire la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné. L'attention porte principalement sur la pertinence, la coordination, l'efficacité des gestes. Dans certains cas, la simplicité des gestes et leur rapidité d'exécution permet de répéter l'activité un nombre important de fois en un laps de temps limité, soit à l'identique, soit avec des variantes plus ou moins importantes. Dans d'autres circonstances, l'essentiel relève du choix entre différentes actions possibles, dont certaines seulement sont pertinentes et rapprochent du but à atteindre.

-Le déplacement des objets améliore la connaissance qu'on en a. La modification de la position et de l'orientation de l'objet par rapport à l'élève enrichit ses perceptions visuelles de ces objets : il permet de les voir « sur toutes les coutures », de se familiariser avec divers angles d'observation et de prendre plus facilement en compte le point de vue d'autrui. Cela est particulièrement important en géométrie, où l'orientation est un attribut non essentiel des figures, et où il est fondamental de ne pas assimiler une figure à une représentation stéréotypée. Ainsi, en géométrie plane, cela favorise l'élaboration de représentations

mentales dynamiques et non la simple constitution d'un fichier d'images fixes. De même, en géométrie dans l'espace, cela permet de prendre en considération tous les aspects des solides, et par là de différer, au moins dans un premier temps, le conflit entre le « su » et le « vu ».

La prise en main des objets complète les perceptions visuelles par des perceptions relevant d'autres sens: tactile, barique, kinesthésique.

-Les éléments peuvent être déplacés si besoin est : ayant repéré les éléments à exploiter simultanément, on peut les organiser dans l'espace pour rendre plus efficace l'observation, la comparaison. Cette faculté de modifier l'emplacement initial des objets sur lesquels on a à agir est souvent un moyen de repérer ceux qui ont déjà été pris en compte et ceux qu'il faut encore examiner, et ainsi de contrôler l'avancement de la tâche.

-L'action sur les objets permet de matérialiser des raisonnements. Un même raisonnement peut être mis en gestes des manières très différentes suivant les supports et les circonstances choisis par l'enseignant. Ainsi, dans le cas de la soustraction : si les élèves sont munis d'un mètre de couturière, de cubes d'un centimètre d'arête et de barres correspondant à dix cubes accolés, on aboutit facilement à la technique québécoise pour l'algorithme de calcul en colonne d'une différence ; sans le mètre-ruban, c'est plutôt la technique anglo-saxonne d'emprunt avec « casse » qui prévaut. En géométrie, certaines actions, qui constituent une mise en œuvre d'isométries telles que les rotations, les symétries par rapport à un axe ou par rapport à un plan, préfigurent des raisonnements qui seront explicités uniquement en collège. De plus, prendre « ce qui vous tombe sous la main » pour représenter les données d'un problème amène en douceur à ne pas se perdre dans les détails d'une représentation figurative et à utiliser un même élément pour représenter des objets divers, donc constitue un pas vers la symbolisation et l'abstraction.

-L'observation d'un élève par un autre élève au cours d'une activité de manipulation peut lui permettre de se faire une représentation mentale plus claire de la tâche à accomplir, de s'assurer de la faisabilité de celle-ci par un pair. Mais contrairement à la copie d'une trace papier, elle ne lui permet pas d'aboutir à une réalisation même approximative sans un réel apprentissage personnel : quand il va vouloir ou devoir agir par lui-même, il ne lui sera pas possible de « copier » purement et simplement ce qu'il a vu faire, parce que cela n'a pas laissé de traces qui restent observables ; il lui faut reconstituer la suite des gestes efficaces, ce qui est bien moins simple qu'il n'y paraît.

-Les gestes renforcent l'évocation. La manipulation se prête bien à des activités « à distance », qui n'ont guère de sens sur un support papier+crayon : il s'agit de séparer le lieu de réalisation de la tâche de l'endroit où l'élève va trouver les éléments dont il a besoin pour la réaliser ; il lui faut donc expliciter ce qui lui est nécessaire, ce qui nécessite une représentation mentale. Ce même dispositif peut conduire à des variantes, telles que la formulation d'une commande orale à un camarade, ou la rédaction d'une commande écrite.

Enfin, la gestuelle non seulement aide à la mémorisation mais contribue également à la conceptualisation.

Dernier avantage de la manipulation, elle facilite pour l'élève la prise de conscience du travail qu'il a effectué. Il lui est généralement plus facile de porter un jugement pertinent sur la qualité de sa production : le but à atteindre est plus clairement identifiable, ainsi que la réussite ou la distance restant à parcourir.

• Références bibliographiques

Programmes de l'école primaire, cycle des apprentissages fondamentaux, B.O. n° 1 Hors-Série, 14 février 2002

Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, Direction de l'enseignement scolaire : Documents d'application des programmes, mathématiques, cycle des apprentissages fondamentaux, C.N.D.P., 2002

Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, Direction de l'enseignement scolaire : Documents d'application des programmes, mathématiques, cycle des approfondissements, C.N.D.P., 2002

BART B.-M. : L'apprentissage de l'abstraction ; Retz, 1994

BERDONNEAU C. : Le « coffre à problèmes », supports à manipuler pour développer l'apprentissage à la résolution de problèmes ; *in* Actes de la 55^{ème} Rencontre de la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, Plock (Pologne), 2003

BERDONNEAU C. : Aider les élèves en difficulté en mathématiques en C.P.-C.E.1 ; Hachette (à paraître)

CERQUETTI-ABERKANE F. : Enseigner les mathématiques à l'école ; Hachette, 1992

GARDNER H. : Les intelligences multiples ; Retz, 1996

MONTESSORI M. : Pédagogie scientifique ; Desclée de Brouwer, 1952

PARZYSZ B. : Représentation plane et géométrie dans l'espace au lycée ; Thèse Paris 7, 1989

TAURISSON A. : Les gestes de la réussite en mathématiques à l'élémentaire ; Agence d'Arc (Québec), 1988